

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

1. Si A es un suceso de probabilidad 0.3, la probabilidad de su suceso contrario es:

- a) 0.5
- b) 1.0
- c) 0.7

(Convocatoria junio 2006. Examen tipo H)

SOLUCIÓN:

Si A es un suceso, la probabilidad de su suceso contrario es $1 - P(A)$, es decir,
 $P(A^c) = 1 - P(A)$.

En el caso que nos ocupa, $P(A) = 0.3$.

Entonces, $P(A^c) = 1 - 0.3 = 0.7$

La opción c) es la correcta.

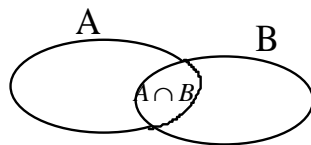
2. Si A y B son sucesos con $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.2$ y $P(A \cup B) = 0.4$, entonces $P(A \cap B)$ vale:

- a) 0.2
- b) 0
- c) 0.1

(Convocatoria septiembre 2005. Examen tipo A)

SOLUCIÓN:

La probabilidad de la unión de dos sucesos compatibles es:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sustituyendo en la fórmula resulta:

$$0.4 = 0.3 + 0.2 - P(A \cap B), \text{ por tanto,}$$

$$P(A \cap B) = 0.3 + 0.2 - 0.4 = 0.1$$

La opción c) es la correcta.

3. Lanzamos cuatro veces una moneda equilibrada. La probabilidad de obtener más caras que cruces es:

- a) 5/16
- b) 6/16
- c) 4/16

(Convocatoria septiembre 2007. Examen tipo C)

SOLUCIÓN:

Espacio muestral del experimento:

0 cruces	1 cruz	2 cruces	3 cruces	4 cruces
CCCC	XCCC	XXCC	XXXC	XXXX
	CXCC	XCXC	XXCX	
	CCXC	XCCX	XCXX	
	CCCX	CXXC	CXXX	
		CXCX		
		CCXX		

Los sucesos de color rojo tienen más caras que cruces.

Casos favorables: 5

Casos posibles: 16

$$P(\text{obtener más caras que cruces}) = \frac{5}{16}$$

La opción a) es la correcta.

4. Lanzamos tres veces una moneda equilibrada. La probabilidad de obtener más de una cara es:

- a) 2/3
- b) 1/6
- c) 1/2

(Convocatoria septiembre 2007. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Espacio muestral del experimento:

0 cruces	1 cruz	2 cruces	3 cruces
CCC	XCC	XXC	XXX
	CXC	XCX	
	CCX	CXX	

$$p(\text{de obtener más de una cara}) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

La opción c) es la correcta.

5. Lanzamos un dado dos veces, si el primer resultado ha sido mayor que el segundo, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

- a) 1/2
- b) 1/3
- c) 1/4

(Convocatoria junio 2007. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Espacio muestral:

$$E = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$$

Como el primer resultado ha sido mayor que el segundo, los casos posibles son: 21, 31, 32, 41, 42, 43, 51, 52, 53, 54, 61, 62, 63, 64, 65

Y los casos favorables: 61, 62, 63, 64, 65.

$$p = \frac{\text{número casos favorables}}{\text{número casos posibles}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

La opción b) es la correcta.

6. Se extraen, sucesivamente, dos cartas de una baraja. Calcula la probabilidad de obtener dos reyes.

SOLUCIÓN:

Probabilidad condicionada:

La probabilidad del suceso B condicionada por el suceso A se define de la siguiente

manera: $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

De aquí se deduce: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

Llamamos R_1 al suceso sacar rey en la primera extracción y R_2 al suceso sacar rey en la segunda extracción.

La probabilidad de sacar rey en la primera extracción y sacar rey en la segunda extracción se expresa así: $P(R_1 \cap R_2)$

Entonces resulta:

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \cdot P(R_2 / R_1) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$$

7. Si $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A/B) = 0.3$, la probabilidad condicionada $P(B/A)$ es igual a:
- a) 0.150
 - b) 0.375
 - c) 0.250

(Convocatoria septiembre 2006. Examen tipo F)

SOLUCIÓN:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(B)} \text{ ya que } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$
$$0.3 = \frac{0.4 \cdot P(B/A)}{0.5}; \quad 0.15 = 0.4P(B/A); \quad \frac{0.15}{0.4} = P(B/A); \quad \frac{15}{40} = P(B/A)$$

Es decir, $P(B/A) = 0.375$

La opción b) es la correcta.

8. Sabiendo que el fenómeno de extraer sucesivamente tres bolas de una urna que contiene blancas y negras, es el espacio de probabilidades

$$\Omega = \{bbb, bbn, bnb, bnn, nbb, nbn, nnb, nnn\}$$

El suceso $\Omega = \{bnb, bnn, nbb, nbn\}$ es.

- a) Las dos primeras bolas son distintas.
- b) A lo sumo hay dos blancas.
- c) La última bola es igual a la primera o a la segunda.

(Convocatoria septiembre 2005. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

La opción correcta es la primera.

La opción "a lo sumo hay dos blancas" es falsa puesto que no figura el suceso bbn del espacio de probabilidades.

La tercera opción también es falsa. No figura el suceso bbb que también verifica que la última bola es igual a la primera.

La opción a) es la correcta.

9. Si A y B son sucesos independientes con $P(A \cup B) = 0.7$ y $P(B) = 0.4$, entonces

$P(A)$ vale:

- a) 0.3
- b) 0.5
- c) 0.6

(Convocatoria septiembre 2005. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Si los sucesos son independientes $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Sustituyendo en la fórmula se obtiene:

$$0.7 = P(A) + 0.4$$

Despejando la incógnita, $P(A) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

La opción a) es la correcta.

10. Si A y B son dos sucesos de un espacio de probabilidad la afirmación

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ es correcta:

a) Para cualquier par de sucesos A y B.

b) Si A y B son sucesos disjuntos.

c) Si A y B no son sucesos disjuntos.

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

La opción a) es falsa. En general la probabilidad de la unión de dos sucesos es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

En el caso de que los sucesos sean disjuntos, es decir, $A \cap B = \emptyset$, la fórmula queda reducida a lo siguiente: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

La opción b) es la correcta.

11. Si A y B son sucesos con $P(A \cup B) = 0.9$, $P(A) = 0.7$ y $P(A \cap B) = 0.6$, entonces

$P(B)$ vale:

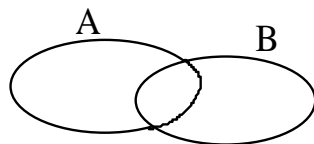
a) 0.6

b) 0.8

c) 0.7

(Convocatoria junio 2003. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.9 = 0.7 + P(B) - 0.6$$

Despejando $P(B)$ obtenemos: $0.9 - 0.7 + 0.6 = P(B)$

$$P(B) = 0.8$$

La opción b) es la correcta.

12. De una urna con seis bolas numeradas del 1 al 6 se extraen dos simultáneamente. La probabilidad de que la suma de ambos números sea 7 es:

- a) 1/6 b) 1/5 c) 1/4

(Convocatoria septiembre 2003. Examen tipo H)

SOLUCIÓN:

Al extraer dos bolas los casos posibles son:

12, 13, 14, 15, **16**, 23, 24, **25**, 26, **34**, 35, 36, 45, 46, 56

Los escritos en color rojo son los casos favorables ya que los números de las bolas suman 7.

$$p(\text{suma de los números sea } 7) = \frac{\text{casos fav.}}{\text{casos posib.}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

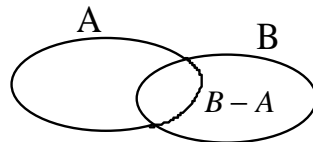
La opción b) es la correcta.

13. Si A y B son sucesos con $P(A \cup B) = 0.7$ y $P(B - A) = 0.6$ entonces $P(A)$ vale:

- a) 0.1
b) 0.2
c) 0.3

(Convocatoria septiembre 2004. Examen tipo H)

SOLUCIÓN:



Observando el dibujo vemos que $P(A \cup B) = P(A) + P(B - A)$

Sustituyendo, $0.7 = P(A) + 0.6$

Y despejando la incógnita, $P(A) = 0.7 - 0.6 = 0.1$

La opción a) es la correcta.

14. Sabiendo que el fenómeno de extraer sucesivamente tres bolas de una urna que contiene blancas y negras, es el espacio de posibilidades

$$\Omega = \{bbb, bbn, bnb, bnn, nbb, nbn, nnb, nnn\}$$

El suceso de obtener más blancas que negras es:

- a) $\{bnn, bnb, nbb\}$
b) $\{bbb, bbn, bnb\}$
c) $\{bbb, bbn, bnb, nbb\}$

(Convocatoria junio 2005. Examen tipo A)

SOLUCIÓN:

En la opción a) falta *bbb* que contiene más blancas que negras.

En la opción b) falta *nbb* que también contiene más blancas que negras.

La opción c) es la correcta.

15. Cien alumnos de un instituto se han clasificado según el color de los ojos y el color del pelo. La tabla siguiente muestra el número de alumnos en cada categoría.

	Pelo negro	Pelo castaño	Pelo rubio
Ojos oscuros	30	15	10
Ojos claros	10	20	15

Elegimos un alumno al azar; la probabilidad de que tenga los ojos claros y el pelo negro es:

- a) 0.10
- b) 0.25
- c) 10/45

SOLUCIÓN:

Según la tabla, hay 10 alumnos que tienen los ojos claros y el pelo negro. Casos favorables 30.

Los casos posibles son 100. (número de alumnos del instituto)

$$P(\text{elegir un alumno con ojos claros y pelo negro}) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.10$$

La opción a) es la correcta.

16. De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?.

- a) 8/30
- b) 12/30
- c) 16/30

SOLUCIÓN:

Las bolas serán de distinto color si en la extracción se produce lo siguiente:

La primera roja y la segunda azul o la primera azul y la segunda roja.

R_1 : "la primera bola extraída es roja".

R_2 : "la segunda bola extraída es roja".

A_1 : "la primera bola extraída es azul".

A_2 : "la segunda bola extraída es azul".

$$P(\text{Obtener dos bolas de distinto color}) = P(R_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap R_2)$$

$$P(R_1 \cap A_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{30}$$

$$P(A_1 \cap R_2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{30}$$

$$P(\text{Obtener dos bolas de distinto color}) = \frac{8}{30} + \frac{8}{30} = \frac{16}{30}$$

La opción c) es la correcta.

17. De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea roja y la segunda azul?.

a) 8/30

b) 4/6

c) 12/30.

SOLUCIÓN:

Sea R_1 el suceso “la primera bola es roja” y A_2 el suceso “la segunda bola es azul”

$$P(R_1 \cap A_2) = P(R_1) \cdot P(A_2 / R_1) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{30}$$

La opción c) es la correcta.

18. De una urna que contiene 4 bolas blancas, 2 negras y 2 rojas, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso “es negra” y B el suceso “no es roja”. ¿Cuánto vale la probabilidad $P(A/B)$

a) 0.25

b) 0.5

c) 1/3

SOLUCIÓN:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{bola negra y no roja}) = P(A \cap B) = \frac{2}{8}$$

$$P(\text{bola no roja}) = P(B) = \frac{6}{8}$$

$$P(A/B) = \frac{\frac{2}{8}}{\frac{6}{8}} = \frac{2 \times 8}{6 \times 8} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

La opción c) es la correcta.

19. De una urna que contiene cuatro bolas rojas y dos azules extraemos una bola y, sin devolverla a la urna, extraemos otra a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea azul?

- a) 1/5
- b) 2/5
- c) 1/3

SOLUCIÓN:

$$P(\text{segunda azul}) = P(\text{roja y azul o azul y azul}) = P(\text{roja y azul}) + P(\text{azul y azul}) = \\ = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{30} + \frac{2}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

La opción c) es la correcta.

20. Si $P(A) = 0.2$ y $P(A \cap B) = 0.1$, la probabilidad condicionada $P(B/A)$ es igual

- a:
a) 0.5
b) 0.02
c) 0.1

SOLUCIÓN:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.1}{0.2} = \frac{1}{2} = 0.5. \text{ Téngase en cuenta que } P(B \cap A) = P(A \cap B)$$

La opción a) es la correcta.

21. La media y la varianza de los valores de la tabla siguiente:

1.5 1.4 1.3 1.3 1.2

Es igual a:

- a) 1.34 y 0.0104
- b) 1.30 y 1.34
- c) 1.41 y 0.1020

SOLUCIÓN:

Construimos la siguiente tabla:

x_i	x_i^2
1.5	2.25
1.4	1.96
1.3	1.69
1.3	1.69
1.2	1.44
6.7	9.03

Media: $\bar{x} = \frac{6.7}{5} = 1.34$

Varianza: $s^2 = \frac{9.03}{5} - 1.34^2 = 1.806 - 1.7956 = 0.0104$

Fórmulas para recordar:

Media: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$

Varianza: $s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{N} - \bar{x}^2$

La opción a) es la correcta.

22. Hallar la media de las observaciones cuya tabla de frecuencias absolutas aparece a continuación:

- a) 0.30
- b) 0.36
- c) 0.33

x	F
0.1	2
0.2	3
0.3	6
0.4	5
0.5	4

(Convocatoria septiembre 2005. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

$$\bar{x} = \frac{6.6}{20} = 0.33$$

x	F	xF
0.1	2	0.2
0.2	3	0.6
0.3	6	1.8
0.4	5	2.0
0.5	4	2.0
20	6.6	

La opción c) es la correcta.

23. Halla la media de las observaciones cuya tabla de frecuencias relativas es la que aparece a continuación:

- a) 0.32
- b) 0.30
- c) 0.28

x	f
0.1	0.20
0.2	0.15
0.3	0.45
0.4	0.05
0.5	0.15

SOLUCIÓN:

Formamos la siguiente tabla:

x	f	xf
0.1	0.20	0.02
0.2	0.15	0.03
0.3	0.45	0.135
0.4	0.05	0.02
0.5	0.15	0.075
		0.28

La media es 0.28

La opción c) es la correcta.

24. Se han hecho 10 observaciones x_1, x_2, \dots, x_{10} de una variable estadística X. Si la suma de las observaciones es 25 y la suma de los cuadrados es 102.5, ¿cuánto vale la desviación típica de x?

- a) No puede calcularse.
- b) 2
- c) 4

(Convocatoria septiembre 2004. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$$

$$s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - \bar{x}^2 = \frac{102.5}{10} - 2.5^2 = 10.25 - 6.25 = 4$$

$$s = \sqrt{4} = 2$$

La opción b) es la correcta.

25. Se han hecho 10 observaciones x_1, x_2, \dots, x_{10} de una variable estadística X. La media es 1.2 y la desviación típica 0.84. ¿Cuánto vale el coeficiente de variación?

- a) 0.7056
- b) 0.7
- c) No se puede saber. Hace falta conocer el número de observaciones.

SOLUCIÓN:

El coeficiente de variación es el cociente entre la desviación típica y la media.

$$\text{coef. de variación} = \frac{0.84}{1.2} = 0.7$$

La opción b) es la correcta.

26. La siguiente tabla muestra la frecuencia de viviendas (F_i), que disponen de x_i habitaciones.

x_i	1	2	3	4
F_i	25	45	20	10

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Hay 3 viviendas con dos o menos habitaciones
- b) El 45% de las viviendas tiene como mínimo 2 habitaciones.
- c) El 90% de las viviendas tiene como máximo 3 habitaciones.

(Convocatoria septiembre 2007. examen tipo A)

SOLUCIÓN:

Hay que calcular la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

x_i	F_i	f_i	n_i
1	25	0.25	0.25
2	45	0.45	0.70
3	20	0.20	0.90
4	10	0.10	1.00
	100	1.00	

En la columna n_i figuran las frecuencias relativas acumuladas.

La interpretación es la siguiente:

El 25% de las viviendas tienen como máximo 1 habitación

El 70% de las viviendas tienen como máximo 2 habitaciones.

El 90% tienen como máximo 3 habitaciones

La opción c) es la correcta.

27. La siguiente tabla muestra las calificaciones obtenidas por 40 alumnos en la asignatura de Historia:

Calificaciones	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº de alumnos	2	2	4	5	8	9	3	4	3

Calcula la media y la varianza

SOLUCIÓN:

x_i	F_i	$x_i F_i$	$x_i^2 F_i$
1	2	2	2
2	2	4	8
3	4	12	36
4	5	20	80
5	8	40	200
6	9	54	324
7	3	21	147
8	4	32	256
9	3	27	243
	N = 40	212	1296

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{212}{40} = 5.3$$

$$\text{Varianza: } s^2 = \frac{1296}{40} - 5.3^2 = 4.31$$

Fórmulas para recordar:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2 + \dots + x_n \cdot F_n}{N} \quad \text{Varianza: } s^2 = \frac{x_1^2 \cdot F_1 + x_2^2 \cdot F_2 + \dots + x_n^2 \cdot F_n}{N} - \bar{x}^2$$

$$N = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$