

ECUACIÓN DE LA RECTA

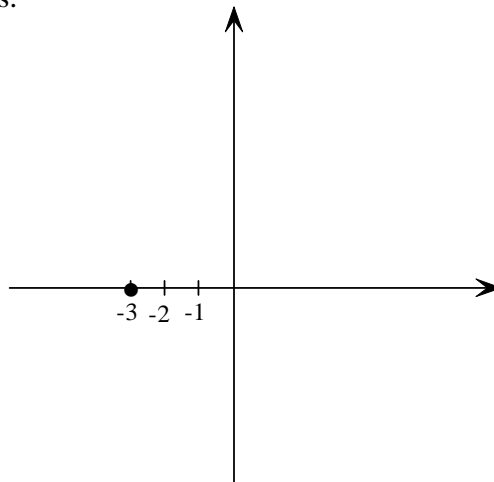
1. El punto $(-3, 0)$ está situado:

- a) Sobre el eje de ordenadas.
- b) En el tercer cuadrante.
- c) Sobre el eje de abscisas.

(Convocatoria junio 2001. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

Dibujando los ejes de coordenadas y representando el punto vemos que está situado sobre el eje de abscisas.



La opción c) es la correcta.

2. La recta que pasa por los puntos $(-1, 1)$ y $(2, -1)$ tiene:

- a) Pendiente igual a $-2/3$
- b) Pendiente igual a $-1/3$
- c) Ordenada en el origen igual a $1/2$.

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

Para hallar la pendiente de la recta que pasa por puntos indicados seguimos los siguientes pasos:

1º Restamos las coordenadas de los puntos dados en el sentido que queramos:

$$(2, -1) - (-1, 1) = (3, -2)$$

2º Dividimos la segunda coordenada entre la primera: $m = \frac{-2}{3}$

La opción a) es la correcta.

3. La recta de ecuación $y = -3x + 1$ tiene de pendiente igual a:

- a) -2
- b) 1
- c) -3

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

Pendiente de una recta es el coeficiente de la x , una vez despejada la y .

La pendiente es -3 .

La opción c) es la correcta.

4. El punto $(1, -2)$ pertenece a la recta:

- a) $x + 2y = 0$
- b) $2x + y = 0$
- c) $2x - y = 0$

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Para saber si un punto pertenece a una recta se sustituye la x por la primera coordenada del punto y la y por la segunda coordenada. Si se verifica la igualdad el punto pertenece a la recta.

Primera recta: $x + 2y = 0$

$1 + 2 \cdot (-2) = -3$. El punto no pertenece a la recta.

Segunda recta: $2x + y = 0$

$2 \cdot 1 + (-2) = 0$. El punto pertenece a la recta.

La opción b) es la correcta.

5. La reta de ecuación $-5x + 3y - 1 = 0$ tiene por ordenada en el origen:

- a) $-1/5$
- b) $5/3$
- c) $1/3$

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo D).

SOLUCIÓN:

Puesta una recta en la forma $y = mx + n$ el término n recibe el nombre de ordenada en el origen.

Operamos en la ecuación de la recta dada hasta darle la forma $y = mx + n$:

$$-5x + 3y - 1 = 0$$

$$3y = 5x + 1$$

$$y = \frac{5x + 1}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$$

La ordenada en el origen vale $\frac{1}{3}$

La opción c) es la correcta.

6. La ecuación de la recta de pendiente $1/2$ y ordenada en el origen -1 es:

a) $2x - y - 1 = 0$

b) $x - 2y - 2 = 0$

c) $y = \frac{1}{2}x + 1$

(Convocatoria junio 2004. Examen tipo J)

SOLUCIÓN:

Fórmula de la ecuación de la recta cuando se conoce la pendiente y la ordenada en el origen: $y = mx + n$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

La pasamos a su forma general: $2y = x - 2$; $0 = x - 2y - 2$, o bien $x - 2y - 2 = 0$

La opción b) es la correcta.

7. Tiene ordenada en el origen $1/5$ la recta:

a) $5x - y + 1 = 0$

b) $10y + 3x - 2 = 0$

c) $10y + 5x + 2 = 0$

(Convocatoria junio 2005. Examen tipo J)

SOLUCIÓN:

Despejamos la y en cada una de las ecuaciones dadas a fin de obtener la ordenada en el origen:

Primera recta: $5x - y + 1 = 0$; $5x + 1 = y$. La ordenada en el origen es 1.

Segunda recta: $10y + 3x - 2 = 0$; $10y = -3x + 2$;

$$y = \frac{-3x + 2}{10}; \quad y = \frac{-3}{10}x + \frac{2}{10}; \quad y = \frac{-3}{10}x + \frac{1}{5}. \text{ La ordenada en el origen es } \frac{1}{5}$$

La opción b) es la correcta.

8. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, -3) y tiene de pendiente $\frac{1}{3}$

SOLUCIÓN:

La ecuación de la recta que pasa por el punto (x_0, y_0) y tiene de pendiente m , se obtiene aplicando la siguiente fórmula: $y - y_0 = m(x - x_0)$

Aplicando la fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$ resulta:

$$y - (-3) = \frac{1}{3}(x - 2), \text{ es decir, } y + 3 = \frac{1}{3}(x - 2) \text{ (Ecuación punto - pendiente)}$$

9. Las rectas de ecuaciones $y = \frac{1}{4}x - 1$; $y = \frac{1}{3}x + 2$ se cortan en un punto que tiene:

a) abscisa igual a -36.

b) ordenada igual a -11

c) abscisa igual a -7

SOLUCIÓN:

Para hallar el punto de corte de dos rectas se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de dichas rectas y la solución es el punto de corte.

$$y = \frac{1}{4}x - 1; \quad y = \frac{1}{3}x + 2$$

Si igualamos los valores de y obtenemos: $\frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{3}x + 2$

Hemos obtenido una ecuación de primer grado.

La resolvemos quitando en primer lugar los denominadores:

$$\text{m.c.m.}(4,3)=12$$

$$3x - 12 = 4x + 24; \quad 3x - 4x = 24 + 12; \quad -x = 36; \quad x = -36$$

Las rectas se cortan en el punto de abscisa -36. Como ya tenemos la opción correcta no es necesario hallar el valor de la ordenada.

La opción a) es la correcta.

10. Halla la ecuación general de la recta que pasa por los puntos $A(1,-3)$ y $B(-2,5)$

SOLUCIÓN:

La ecuación general de la recta tiene la forma $Ax + By + C = 0$

Hallamos la pendiente de la recta siguiendo los siguientes pasos:

1º Restamos las coordenadas de los puntos dados en el sentido que queramos:

$$(-2,5) - (1,-3) = (-3,8)$$

2º Dividimos la segunda coordenada entre la primera: $m = \frac{8}{-3} = -\frac{8}{3}$

Con uno de los puntos dados, por ejemplo, $A(1,-3)$ y la pendiente $m = -\frac{8}{3}$, formamos

la ecuación de la recta aplicando la fórmula $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - (-3) = -\frac{8}{3}(x - 1); \text{ es decir, } y + 3 = -\frac{8}{3}(x - 1)$$

$$3y + 9 = -8x + 8; \quad 8x + 3y + 1 = 0 \text{ (Ecuación general).}$$

11. Estudia si los puntos $(1,1)$, $(2,4)$ y $(0,-2)$ están alineados.

SOLUCIÓN:

Para saber si tres puntos están alineados hallamos en primer lugar la recta que pasa por los dos primeros. Después comprobamos si el tercer punto verifica la ecuación hallada.

Recta que pasa por los puntos $(1,1)$ y $(2,4)$

$$(2,4) - (1,1) = (1,3)$$

$$\text{Pendiente: } m = \frac{3}{1} = 3$$

Con el punto $(1, 1)$ y la pendiente $m = 3$, formamos la ecuación:

$$y - y_0 = m(x - x_0): \quad y - 1 = 3(x - 1); \quad y - 1 = 3x - 3; \quad 3x - y - 2 = 0 \text{ (ecuación general)}$$

Ahora comprobamos si el punto $(0,-2)$ verifica la ecuación que hemos obtenido:

$$3 \cdot 0 - (-2) - 2 = 2 - 2 = 0$$

Como se verifica la ecuación los tres puntos están alineados.

12. La distancia entre los puntos $(-1,-2)$ y $(-2,3)$ es:

- a) 5 b) $\sqrt{24}$ c) $\sqrt{26}$

SOLUCIÓN:

La distancia entre los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) se obtiene aplicando la siguiente

$$\text{fórmula: } d = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

Si los puntos son $(-1, -2)$ y $(-2, 3)$

Restamos las coordenadas de los puntos dados en el sentido que queramos:

$$(-2, 3) - (-1, -2) = (-1, 5)$$

$$d = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

La opción c) es la correcta.

13. ¿Cuál de los siguientes puntos está alineado con los puntos de coordenadas $(0, 2)$ y $(-3, 1)$?

a) $(-2, -1)$

b) $(6, 4)$

c) $(-4, 0)$

SOLUCIÓN:

Hallamos la recta que pasa por los puntos $(0, 2)$ y $(-3, 1)$:

$$(-3, 1) - (0, 2) = (-3, -1)$$

$$\text{Pendiente: } m = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Con la pendiente $\frac{1}{3}$ y el punto $(0, 2)$ formamos la ecuación: $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 0), \quad y = \frac{1}{3}x + 2, \quad 3y = x + 6; \quad x - 3y + 6 = 0$$

Ahora comprobamos si los puntos dados en las opciones verifican la ecuación obtenida:

Punto $(-2, -1)$: $-2 - 3(-1) + 6 = -2 + 3 + 6 = 7$ (No la verifica)

Punto $(6, 4)$: $6 - 3 \cdot 4 + 6 = 0$ (Sí la verifica, luego está alineado)

La opción b) es la correcta.

14. Las rectas de ecuaciones $-2x + y - 3 = 0$ y $3x + 2y + 1 = 0$ se cortan en un punto de:

a) Ordenada igual a 2.

b) Ordenada igual a 1.

c) Abscisa igual a 1.

SOLUCIÓN:

Para hallar el punto de corte de dos rectas se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de estas.

$$\left. \begin{array}{l} -2x + y - 3 = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{array} \right\} \text{multiplicamos la 1ª por } -2: \left. \begin{array}{l} 4x - 2y + 6 = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{7x + 7 = 0;}{7x + 7 = 0;}$$

$$x = \frac{-7}{7} = -1$$

En la primera ecuación del sistema:

$$-2(-1) + y - 3 = 0; \quad 2 + y - 3 = 0; \quad y = 1$$

Se cortan en el punto $(-1, 1)$, es decir, abscisa -1 y ordenada 1 .

La opción b) es la correcta.

15. El punto $(0, \sqrt{-2})$:

a) está sobre el eje de ordenadas.

b) no existe.

c) está por debajo del eje de abscisas.

(Convocatoria septiembre 2006. Examen tipo F)

SOLUCIÓN:

Es claro que no existe la raíz cuadrada de números negativos y, por tanto $\sqrt{-2}$ no existe. Entonces el punto $(0, \sqrt{-2})$ tampoco existe.

La opción b) es la correcta.

16. Las rectas $2x = 3y + 1$ y $3y + 3x - 2 = 0$ son:

a) Paralelas.

b) No son ni paralelas ni perpendiculares.

c) Perpendiculares.

(Convocatoria septiembre 2005. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

Tendremos en cuenta lo siguiente:

Si dos rectas tienen la misma pendiente, son paralelas.

Si dos rectas tienen las pendientes inversas y de signo contrario son perpendiculares.

Pendiente de la primera recta: $2x = 3y + 1$

$$2x - 1 = 3y$$

$$\frac{2x - 1}{3} = y$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = y. \text{ La pendiente de la primera recta es } \frac{2}{3}$$

Pendiente de la segunda recta: $3x + 3y - 2 = 0$

$$3y = -3x + 2$$

$$y = \frac{-3x + 2}{3}; \quad y = \frac{-3x}{3} + \frac{2}{3}; \quad y = -x + \frac{2}{3}. \text{ La pendiente de la segunda recta es } -1.$$

La opción b) es la correcta.

17. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $y = -2x + 3$?

- a) $y = 2x - 1$
- b) $x + 2y + 1 = 0$
- c) $y = \frac{1}{2}x - 2$

(Convocatoria septiembre 2004. Examen tipo H)

SOLUCIÓN:

Dos rectas son perpendiculares si sus pendientes son inversas y de signo contrario.

Pendiente de la recta dada: -2

Lo inverso de -2 y de signo contrario es $\frac{1}{2}$. La recta que tenga de pendiente $\frac{1}{2}$ será perpendicular a la recta $y = -2x + 3$

Observando las tres rectas dadas, vemos que la recta $y = \frac{1}{2}x - 2$ tiene de pendiente $\frac{1}{2}$

La opción c) es la correcta.

18. La paralela a la recta $y = -2x + 1$ por el punto $(4, -1)$ tiene de ecuación:

- a) $y = -2x + 7$
- b) $y = -2x - 3$
- c) $2x - y = 9$

(Convocatoria junio 2004. examen tipo J)

SOLUCIÓN:

Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

Pendiente de la recta dada: -2

La recta que buscamos tendrá también de pendiente -2 y sabemos que pasa por el punto $(4, -1)$.

Ecuación punto – pendiente de la recta: $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - (-1) = -2(x - 4); \quad y + 1 = -2x + 8; \quad \boxed{y = -2x + 7}$$

La opción a) es la correcta.

19. A distancia 5 del punto $(1, -2)$ se encuentra el punto:

- a) $(4, -1)$
- b) $(5, -5)$
- c) $(4, 1)$

SOLUCIÓN:

Hallamos la distancia del punto $(1, -2)$ a cada uno de los puntos dados:

Distancia entre $(1, -2)$ y $(4, -1)$:

$$(4, -1) - (1, -2) = (3, 1); \quad d = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Distancia entre $(1, -2)$ y $(5, -5)$:

$$(5, -5) - (1, -2) = (4, -3); \quad d = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Ya tenemos la solución.

La opción b) es la correcta.

20. El punto $(4, -1)$ pertenece a la recta:

a) $x + 3y - 8 = 0$

b) $y + 3x + 4 = 0$

c) $-x + 3y + 7 = 0$

SOLUCIÓN:

Para saber si un punto pertenece a una recta se sustituye la x por la primera coordenada del punto y la y por la segunda coordenada. Si se verifica la igualdad el punto pertenece a la recta.

Primera recta: $x + 3y - 8 = 0$

$$4 + 3(-1) - 8 = -7. \text{ El punto no pertenece a la recta.}$$

Segunda recta: $y + 3x + 4 = 0$

$$-1 + 3 \cdot 4 + 4 = 15. \text{ El punto no pertenece a la recta}$$

Tercera recta: $-x + 3y + 7 = 0$

$$-4 + 3(-1) + 7 = 0. \text{ El punto } (4, -1) \text{ pertenece a la recta } -x + 3y + 7 = 0$$

La opción c) es la correcta.

21. Tiene ordenada en el origen -2 la recta:

a) $x = y + 2$

b) $5y - 2x - 10 = 0$

c) $y + 2x = 0$

SOLUCIÓN:

Tenemos que poner cada una de las rectas dadas en forma explícita para ver cual es la ordenada en el origen.

Primera recta: $x = y + 2$; $y = x - 2$. Ordenada en el origen: -2

No es necesario seguir.

La opción a) es la correcta.

22. ¿Cuál de las siguientes rectas tiene pendiente diferente de las otras dos?

- a) $y = -3x - 5$
- b) $-6x + 2y - 3 = 0$
- c) $6x + 2y - 1 = 0$

SOLUCIÓN:

Primera recta: $y = -3x - 5$. Pendiente: -3

Segunda recta: $-6x + 2y - 3 = 0$

$$2y = 6x + 3; \quad y = \frac{6x + 3}{2}; \quad y = 3x + \frac{3}{2}. \quad \text{Pendiente: } 3$$

Tercera recta: $6x + 2y - 1 = 0$

$$2y = -6x + 1; \quad y = \frac{-6x + 1}{2}; \quad y = -3x + \frac{1}{2}. \quad \text{Pendiente: } -3$$

La opción b) es la correcta.

23. El punto medio del segmento de extremos $(-1, -3)$ y $(4, 2)$ tiene por coordenadas:

- a) $(-1, -2)$
- b) $(5/2, 1/2)$
- c) $(3/2, -1/2)$

SOLUCIÓN:

Las coordenadas del punto medio de un segmento se obtienen hallando la semisuma de las coordenadas de los extremos del segmento.

$$\text{Punto medio: } \left(\frac{-1+4}{2}, \frac{-3+2}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2} \right)$$

La opción c) es la correcta.

24. La perpendicular a la recta $y = -\frac{3}{4}x - 2$ por el punto $(-1, -3)$ tiene por ecuación:

$$\text{a) } y = \frac{4}{3}x + 3. \quad \text{b) } y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}. \quad \text{c) } y = -\frac{4}{3}x - \frac{13}{3}.$$

SOLUCIÓN:

Las rectas perpendiculares tienen las pendientes inversas y de signo contrario, por tanto, si la pendiente de la recta dada es $-\frac{3}{4}$ la perpendicular a ella tendrá de pendiente $\frac{4}{3}$.

Además, sabemos que pasa por el punto $(-1, -3)$.

Aplicando la fórmula de la ecuación punto – pendiente, $y - y_0 = m(x - x_0)$, se obtiene:

$$y - (-3) = \frac{4}{3}(x - (-1)); \quad y + 3 = \frac{4}{3}(x + 1); \quad 3y + 9 = 4x + 4; \quad 3y = 4x - 5$$

$$y = \frac{4x - 5}{3}; \quad \boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}}$$

La opción b) es la correcta.

25. Las rectas $y = 3x - 2$ y $3x - y + 5 = 0$ son:

- a) Paralelas.**
- b) Perpendiculares.**
- c) Ni son paralelas ni perpendiculares.**

SOLUCIÓN:

Calculamos las pendientes:

Pendiente de la recta $y = 3x - 2$: $m = 3$

Pendiente de la recta $3x - y + 5 = 0$:

$3x + 5 = y$; $m = 3$.

Como las pendientes son iguales, las rectas son paralelas.

La opción a) es la correcta.