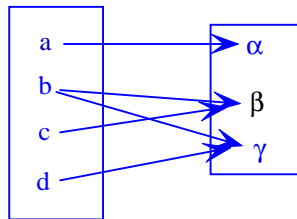


APLICACIONES

1. El diagrama siguiente:



A) Define una aplicación.

B) No define una aplicación porque el elemento β es imagen de los elementos b y c.

C) No define una aplicación porque el elemento b tiene dos imágenes.

SOLUCIÓN:

En una aplicación un elemento no puede tener dos imágenes.

La opción correcta es la C)

2. Sean $A = \{x, y, u, v\}$ y $B = \{x, y, u\}$ y $f: A \rightarrow B$ una aplicación definida por:

$$f(x) = f(u) = y$$

$$f(y) = x$$

$$f(v) = u$$

Entonces $y \in B$.

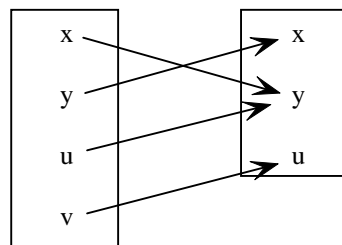
a) No tiene ninguna preimagen en A.

b) Tiene una preimagen en A.

c) Tiene dos preimágenes en A.

SOLUCIÓN:

Para mayor claridad podemos dibujar el diagrama correspondiente:



Vemos que al elemento y llegan dos flechas lo que significa que tiene dos preimágenes, es decir, $f^{-1}(y) = \{x, u\}$

La opción correcta es la c)

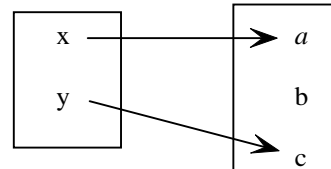
3. Si $f : \{x, y\} \rightarrow \{a, b, c\}$ es la aplicación definida por $f(x) = a, f(y) = c$, se cumple:

- a) $f^{-1}(\{b\}) = \emptyset$
- b) $f^{-1}(\{b\})$ no existe
- c) $f^{-1}(\{b\}) = 0$

(Convocatoria junio 2001. Examen tipo E)

SOLUCIÓN:

Si dibujamos el diagrama correspondiente, resulta:



Es claro que al elemento b no llega ninguna flecha, es decir, b no es imagen de ningún elemento de a ; por tanto, $f^{-1}(\{b\}) = \emptyset$

La opción a) es la correcta

4. Si $f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{a, b, c, d\}$ es la aplicación definida por

$f(a) = a, f(b) = b, f(c) = c, f(d) = d$, entonces:

- a) $(f \circ f)(c) = d$
- b) $(f \circ f)(a)$ no está definido.
- c) $(f \circ f)(a) = a$

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo D)

SOLUCIÓN:

Sabemos que $(f \circ f)(x) = f[f(x)]$, por tanto:

$(f \circ f)(c) = f[f(c)] = f(c) = c$ (La primera opción es falsa)

$(f \circ f)(a) = f[f(a)] = f(a) = a$ (opción correcta)

La opción c) es la correcta.

5. Si $f : \{a, b\} \rightarrow \{a, b\}$ es la aplicación definida por $f(a) = b, f(b) = a$, entonces $(f \circ f)(a)$ es igual a:

- a) $\{a, b\}$
- b) a
- c) b

(Convocatoria junio 2002. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

$(f \circ f)(a) = f[f(a)] = f(b) = a$

La opción b) es la correcta.

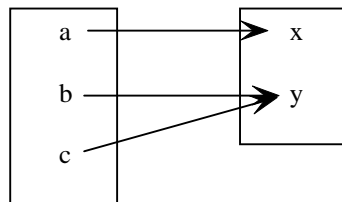
6. Si $f : \{a, b, c\} \rightarrow \{x, y\}$ es la aplicación definida por $f(a) = x$, $f(b) = f(c) = y$, entonces,

- a) f es inyectiva y sobreyectiva.
- b) f es inyectiva pero no es sobreyectiva.
- c) f es sobreyectiva pero no es inyectiva.

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo B)

SOLUCIÓN:

Dibujando el diagrama correspondiente, observamos:



La aplicación no es inyectiva porque b y c tienen la misma imagen. Es sobreyectiva porque en el conjunto final todos los elementos tienen preimagen. Por tanto, f es sobreyectiva pero no es inyectiva.

La opción c) es la correcta.

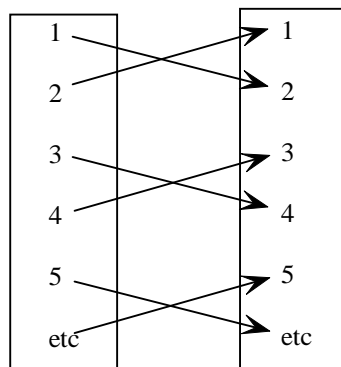
7. Si $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ es la aplicación que transforma cada número impar en el número siguiente y cada número par en el anterior, se cumple:

- a) Es biyectiva.
- b) Es inyectiva y no sobreyectiva.
- c) es sobreyectiva y no inyectiva.

(Convocatoria septiembre 2002. Examen tipo C)

SOLUCIÓN:

El diagrama correspondiente es el siguiente:



Vemos que cada original (elemento del conjunto inicial) tiene una imagen y cada imagen tiene un original. Es una aplicación biyectiva.

La opción a) es la correcta.

8. Si $f : R \rightarrow R$ y $g : R \rightarrow R$ son las aplicaciones dadas por

$f(x) = 2x$ y $g(x) = 2x+1$ entonces se cumple:

- a) $(f \circ g)(x) = 4x+1$
- b) $(f \circ g)(x) = 4x+2$
- c) $(f \circ g)(x) = 2x+1$

(Convocatoria junio 2003. Examen tipo A)

SOLUCIÓN:

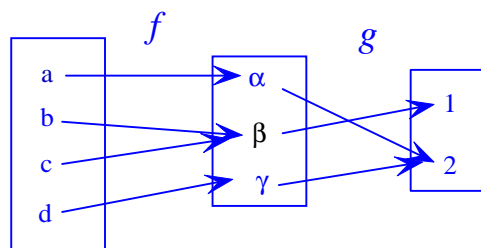
Sabemos que $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$, por tanto,

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(2x+1) = 2 \cdot (2x+1) = 4x+2$$

La opción b) es la correcta.

8. Si f y g son las aplicaciones definidas en el diagrama entonces la aplicación $g \circ f$ es:

- a) Sobreyectiva.
- b) Biyectiva.
- c) Inyectiva.



(Convocatoria junio 2006. Examen tipo A)

SOLUCIÓN:

La aplicación $g \circ f$ transforma directamente los elementos del primer conjunto en los elementos del tercer conjunto de la siguiente manera:

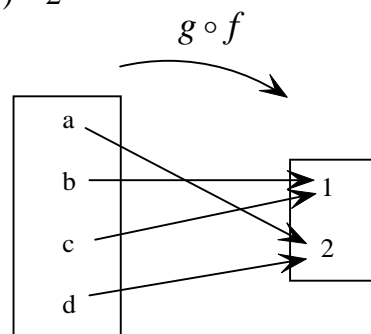
$$(g \circ f)(a) = 2$$

$$(g \circ f)(b) = 1$$

$$(g \circ f)(c) = 1$$

$$(g \circ f)(d) = 2$$

Es decir,



Vemos que se trata de una aplicación sobreyectiva.

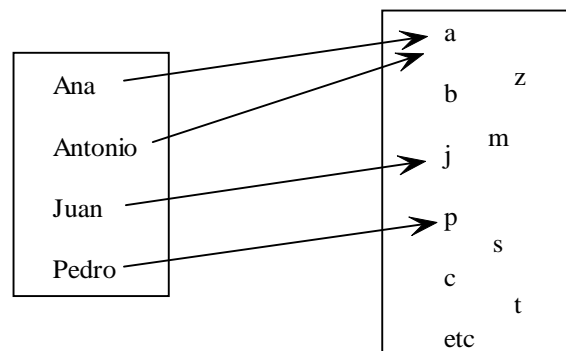
La opción a) es la correcta.

9. Si \mathcal{N} es el conjunto de los nombres $\mathcal{N} = \{Ana, Antonio, Juan, Pedro\}$, \mathcal{A} es el conjunto de las letras del alfabeto español y $f : \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{A}$ la aplicación que a cada nombre le asigna su inicial, entonces f es una aplicación:

- a) Sobreyectiva.
- b) Inyectiva.
- c) No es inyectiva ni sobreyectiva.

(Convocatoria junio 2007. Examen tipo H)

SOLUCIÓN:



Observando el diagrama vemos que hay elementos en el conjunto final que no tienen preimagen luego la aplicación no es sobreyectiva.

Además hay elementos que tienen dos preimágenes, por ejemplo:

$f^{-1}(a) = \{Antonio, Ana\}$ lo que nos indica que la aplicación tampoco es inyectiva.

Conclusión: No es inyectiva ni sobreyectiva.

La opción c) es la correcta.

10. Si $f : A \rightarrow B$ es una aplicación biyectiva, entonces:

- a) $\#A < \#B$
- b) $\#A = \#B$
- c) No se puede saber el cardinal de B sin conocer la aplicación.

SOLUCIÓN:

Para que una aplicación sea biyectiva necesariamente los cardinales de los conjuntos inicial y final tienen que ser iguales. Recuérdese que en la aplicación biyectiva cada original tiene una imagen y cada imagen un original.

La opción b) es la correcta.

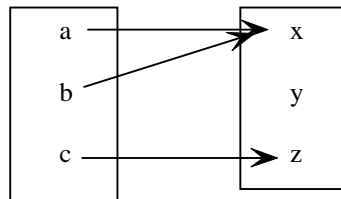
Téngase en cuenta también que el hecho de que los cardinales de los dos conjuntos sean iguales no significa que la aplicación ha de ser forzosamente biyectiva, pero es requisito necesario.

11. Si $f : \{a, b, c\} \rightarrow \{x, y, z\}$ es la aplicación definida por $f(a) = f(b) = x$, $f(c) = z$, y C es el subconjunto $C = \{y, z\}$, la imagen inversa, $f^{-1}(C)$, de C es igual a:

- a) No existe porque y no tiene preimagen.
- b) $\{c\}$
- c) c

SOLUCIÓN:

El diagrama correspondiente es el siguiente:



La imagen inversa de un subconjunto C tiene como elementos los del conjunto inicial que se transforman en elementos de C .

El elemento y no tiene preimagen.

El elemento z tiene como preimagen a c .

El conjunto formado por las dos preimágenes es $\{c\}$

La opción b) es la correcta.

RECUERDA:

Sea $f : A \rightarrow B$ una aplicación y sea D un subconjunto de B , es decir, $D \subset B$. La imagen inversa de D es el conjunto de los elementos de A que se transforman en elementos de D . Se representa por $f^{-1}(D)$