GEOMETRÍA EN EL PLANO

1. La ecuación de la recta que pasa por el punto $A(4,-6)$ y es perpendicular a la recta $4x-2y+2=0$ es:

A) $x+2y+8=0$

B) $6x-4y-48=0$

C) $2x+y-2=0$

(Convocatoria junio 2001. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

Dos rectas perpendiculares tienen las pendientes inversas y de signo contrario.
Calculamos la pendiente de la recta dada:

$4x-2y+2=0$

$4x+2=2y$

Dividiendo por 2, se obtiene $2x+1=y$

La pendiente es 2 (coeficiente de la x una vez despejada la y)

Ya tenemos un punto $A(4,-6)$ y la pendiente $m=-\frac{1}{2}$

La recta que buscamos tiene de pendiente $-\frac{1}{2}$ y pasa por el punto $A(4,-6)$

Ecuación punto-pendiente: $y-y_0=m(x-x_0)$

Por tanto: $y-(-6)=-\frac{1}{2}(x-4)$ es la recta que buscamos que hemos de pasarla a su forma general ya que en todas las opciones nos aparecen rectas generales.

$$y-(-6)=-\frac{1}{2}(x-4)\Rightarrow y+6=-\frac{1}{2}(x-4)\Rightarrow 2y+12=-1(x-4)\Rightarrow 2y+12=-x+4$$

Y ordenando sus términos, $x+2y+8=0$

La opción A) es la correcta.

2. La distancia entre los puntos $P(-5,-6)$ y $Q(2,3)$ vale:

$A)\ \sqrt{130}$

$B)\ \sqrt{180}$

$C)\ \sqrt{17}$

(Convocatoria septiembre 2001. examen tipo A)

SOLUCIÓN:

La distancia entre los puntos P y Q es la medida del vector $\overrightarrow{PQ}$

$\overrightarrow{PQ} = (2-(-5), 3-(-6)) = (7,9)$

Medida del vector $\overrightarrow{PQ}$:

$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{7^2+9^2} = \sqrt{130}$

La opción A) es la correcta.

3. Una ecuación de la recta que pasa por el punto $\left(-7, \frac{5}{2}\right)$ y es paralela a la recta $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3+t \end{cases}$ es:

$A)\ x+14y-28=0 \qquad B)\ x+2y+2=0$

$C)\ \dfrac{x+7}{2} = \dfrac{y-\frac{5}{2}}{3} \qquad D)\ 4x-2y+33=0$

(Convocatoria junio 2002. examen tipo H)

SOLUCIÓN:

La recta $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3+t \end{cases}$ tiene como vector director a $v = (-2,1)$, los coeficientes de *t*.

Dicho vector director es también vector director de la recta que buscamos porque queremos que sean paralelas.

Resumiendo: La recta que buscamos pasa por el punto $\left(-7, \frac{5}{2}\right)$ y un vector director de la misma es $v = (-2,1)$

Aplicamos la fórmula de la ecuación continua: $\dfrac{x-x_0}{v_1} = \dfrac{y-y_0}{v_2}$

Por tanto, $\dfrac{x+7}{-2} = \dfrac{y-5/2}{1}$ y quitando denominadores y ordenado los términos obtenemos: $x+7 = -2\left(y-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow x+7 = -2y+2.\frac{5}{2} \Rightarrow x+7+2y-5=0$, es decir,

$x+2y+2=0$

La opción B) es la correcta.

4. la pendiente de la recta $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = -t \end{cases}$ vale:

A) 0 **B) –1** **C) ½** **D) ∞**

(Convocatoria junio 2003. Examen tipo A)

<u>SOLUCIÓN:</u>

Conocido el vector de una recta $v = (v_1, v_2)$, la pendiente es $\boxed{m = \frac{v_2}{v_1}}$

Vector director de la recta: $v = (1, -1)$ luego $m = \frac{-1}{1} = -1$

La opción B) es la correcta.

5. Sea r la recta de ecuación $x + y - 1 = 0$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

A) Pasa por el punto $P(0,2)$

B) Es perpendicular a la recta $s \equiv x - 2 = y + 3$

C) Es paralela a la recta $x - y + 2 = 0$

D) Su pendiente es m = 1.

(Convocatoria septiembre 2003. Examen tipo G)

<u>SOLUCIÓN:</u>

Comprobamos si se verifica alguna de las opciones:

A) Pasa por el punto $P(0,2)$:
Falsa porque al sustituir la *x* por 0 y la *y* por 2, no se verifica la ecuación.

B) Es perpendicular a la recta $s \equiv x - 2 = y + 3$:
Pendiente de la recta dada: $x + y - 1 = 0$;
$y = -x + 1$; $\boxed{m = -1}$

Pendiente de la recta $x - 2 = y + 3$;
$y = x - 5$; $\boxed{m' = 1}$

Se cumple que las pendientes son inversas y de signo contrario: $m = \frac{1}{-m'}$: $-1 = \frac{1}{-1}$

No hace falta seguir haciendo comprobaciones.

La opción B) es la correcta.

6. Una ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1,1)$ y es perpendicular a la recta $x-3y+2=0$ es:

A) $4x-y-3=0$

B) $3x+y-4=0$

C) $6x+2y-4=0$

D) $2x-6y+4=0$

(Convocatoria junio 2004. Examen tipo A)

SOLUCIÓN:

Pendiente de la recta dada:

$x-3y+2=0,\ x+2=3y \Rightarrow y=\frac{x+2}{3}=\frac{x}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$; $\boxed{m=\frac{1}{3}}$

La pendiente de la recta perpendicular es inversa y de signo contrario a *m*: $\boxed{m'=-3}$

La recta que buscamos tiene de pendiente -3 y pasa por el punto $A(1,1)$

Fórmula de la ecuación punto – pendiente: $y-y_0=m(x-x_0)$

Entonces, $y-1=-3(x-1)$

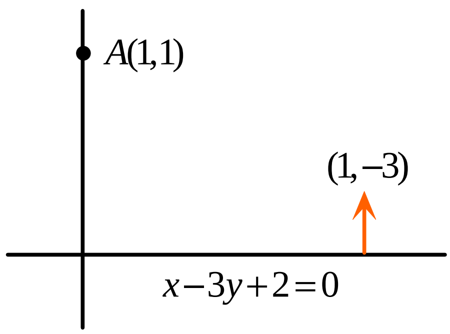
Quitando el paréntesis y ordenando los términos se obtiene:

$y-1=-3x+3 \Rightarrow y-1+3x-3=0$, es decir, $3x+y-4=0$

La opción B) es la correcta.

Otra manera:

Dada una recta de ecuación general $Ax+By+C=0$, el vector (A,B) es perpendicular a dicha recta.



El vector $(1,-3)$ es un vector director de la recta que buscamos, y como esta pasa por el punto $(1,1)$, si aplicamos la fórmula de la ecuación continua se obtiene:

$\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-3}$; $-3x+3=y-1$ y ordenando la ecuación, $3x+y-4=0$

7. La distancia entre $A(2,3)$ y $B(-5,-6)$ vale:

$A)\sqrt{130}$ $\qquad B)\sqrt{18}$ $\qquad C)\sqrt{130}$ $\qquad D)\sqrt{180}$

(Convocatoria junio 2004. Examen tipo J)

SOLUCIÓN:

Vector que une los puntos: $\overrightarrow{AB}=(-7,-9)$

La distancia entre A y B es la medida del vector $\overrightarrow{AB}$:

$$\text{Distancia}(A,B)=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-7)^2+(-9)^2}=\sqrt{49+81}=\sqrt{130}$$

La opción A) es la correcta.

8. La pendiente de la recta $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=1$ es:

$A)\ -\frac{5}{2}$ $\qquad B)\ \frac{2}{5}$ $\qquad C)\ -\frac{2}{5}$ $\qquad D)\ \frac{5}{2}$

SOLUCIÓN:

Quitamos denominadores y despejamos la y:

$$5x+2y=10$$
$$2y=-5x+10$$
$$y=\frac{-5x+10}{2}=\frac{-5x}{2}+\frac{10}{2}=-\frac{5}{2}x+5$$

La pendiente es el coeficiente de la x una vez despejada la y, es decir, $-\frac{5}{2}$

La opción A) es la correcta.

9. Una ecuación implícita de la recta que pasa por el punto $P(1,-1)$ y es paralela a la recta $r\equiv 2x+3y+1=0$ es:

A) $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{2}$**;** **B)** $2x-3y+11=0$**;** **C)** $2x-3y-5=0$**;** **D)** $2x+3y+1=0$

SOLUCIÓN:

Pendiente de la recta *r*:

$$2x+3y+1=0\,;\quad 3y=-2x-1;\quad y=\frac{-2x-1}{3}=\frac{-2x}{3}-\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$$

La pendiente es $-\frac{2}{3}$

La paralela tiene la misma pendiente y como pasa por el punto $P(1,-1)$ tenemos:

Fórmula de la ecuación punto – pendiente: $y-y_0=m(x-x_0)$

$$y+1=-\frac{2}{3}(x-1)\,;\quad 3y+3=-2x+2\,;\quad 2x+3y+1=0$$

La opción D) es la correcta.

<u>Otra manera:</u>

La recta paralela

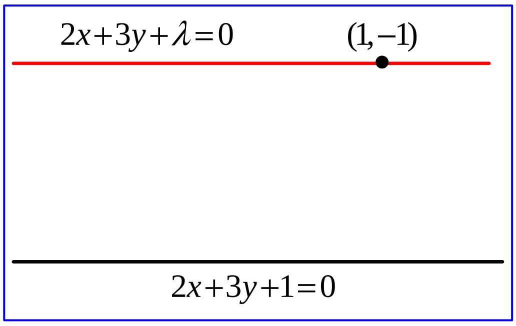
a $2x+3y+1=0$ es

$2x+3y+\lambda=0$

y como pasa por el punto

(1, –1), podemos sustituir

la x por 1 y la y por –1,



es decir, $2.1+3(-1)+\lambda=0$; $2-3+\lambda=0$; $\lambda=1$

La recta buscada es $2x+3y+1=0$

10. Una ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $r\equiv\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t\end{cases}$ **y pasa por el punto** $P(1/2,-2)$ **es:**

A) $6x-2y-7=0$

B) $\begin{cases}x=\frac{1}{2}+3t\\ y=-2-t\end{cases}$

C) $\frac{1}{2}x-2y+3=0$

D) $-3x+y=0$

<u>SOLUCIÓN:</u>

Vector director de la recta r: $v=(v_1,v_2)=(-3,1)$. Pendiente: $m=\dfrac{v_2}{v_1}=\dfrac{1}{-3}$

La recta perpendicular tiene la pendiente inversa y de signo contrario, es decir, $m'=3$ y pasa por el punto $P(1/2,-2)$

Fórmula de la ecuación punto – pendiente: $y-y_0=m(x-x_0)$

$$y+2=3\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

Quitamos paréntesis y después denominadores,

$$y+2=3x-\frac{3}{2}; \qquad 2y+4=6x-3; \qquad -6x+2y+7=0; \qquad 6x-2y-7=0$$

La opción A) es la correcta.

11. Halla la distancia del punto P(1, 3) a la recta r de ecuación $y-2x-5=0$

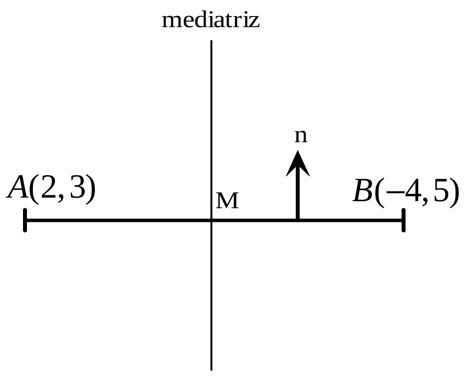
<u>SOLUCIÓN:</u>

Puesta la ecuación de una recta en su forma general, la distancia de un punto $P(x_0,y_0)$ a la recta $r: Ax+By+C=0$, se obtiene aplicando la siguiente fórmula: $d(P,r)=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

En el caso que nos ocupa, la recta $y-2x-5=0$, no está puesta en su forma general, hay que ordenarla: $-2x+y-5=0$

$$d(P,r)=\frac{|-2.1+1.3-5|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$$

12. Halla la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos $A(2,3)$ **y** $B(-4,5)$



<u>SOLUCIÓN:</u>

La mediatriz es la perpendicular en el punto medio del segmento.

Coordenadas del punto medio: $M\left(\frac{2+(-4)}{2},\frac{3+5}{2}\right)$, es decir, $M(-1,4)$

Vector que une los puntos A y B: $\overrightarrow{AB}=(-4-2,5-3)=(-6,2)$

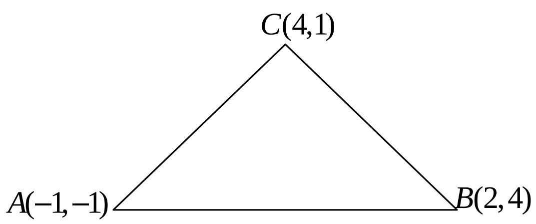
Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AB}$ será vector director de la mediatriz. Dicho vector lo podemos obtener cambiando el orden de las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ y el signo de una de ellas; es decir, $\vec{n}=(2,6)$

La ecuación de la mediatriz será: $\frac{x-(-1)}{2}=\frac{y-4}{6}$, que queda en la forma siguiente:

$$\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{6}$$

13. Halla el área del triángulo que tiene por vértices los puntos $A(-1,-1)$, $B(2,4)$ y $C(4,1)$

SOLUCIÓN:



Una forma rápida de obtener el área del triángulo consiste en proceder de la forma siguiente:

$\overrightarrow{AB}=(2-(-1),4-(-1))=(3,5)$

$\overrightarrow{AC}=(4-(-1),1-(-1))=(5,2)$

Determinante de los vectores obtenidos: $\begin{vmatrix}3&5\\5&2\end{vmatrix}=6-25=-19$; $\acute{A}rea=\frac{|-19|}{2}=\frac{19}{2}u^2$

Otra manera:

$$\begin{vmatrix}-1&-1&1\\2&4&1\\4&1&1\end{vmatrix}=-4-4+2-16+1+2=-19;\quad \acute{A}rea=\frac{|-19|}{2}=\frac{19}{2}u^2$$