NÚMEROS COMPLEJOS EN FORMA BINÓMICA

1. Realiza la siguiente operación de números complejos: $(2+i)^2 - 3(1-2i)$

SOLUCIÓN:

$$(2+i)^2 - 3(1-2i) = 4 + 2.2.i + i^2 - 3 + 6i = 4 + 4i - 1 - 3 + 6i = 10i$$

Siempre que en el desarrollo aparezca i^2 lo debemos sustituir por -1. Eso es equivalente a quitar i^2 y cambiar el signo del término que lo lleva. Ejemplos: $3i^2 = -3$; $-5i^2 = 5, etc$

2. Realiza la siguiente división: $\dfrac{2-i}{3+2i}$

SOLUCIÓN:

Para dividir números complejos se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador:
El conjugado de 3 + 2i es 3 − 2i; por tanto,

$$\frac{2-i}{3+2i} = \frac{(2-i).(3-2i)}{(3+2i).(3-2i)} = \frac{6-4i-3i+2i^2}{9-4i^2} = \frac{6-7i-2}{9+4} = \frac{4-7i}{13} = \frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$$

En el denominador siempre aparece una suma por una diferencia. Recordemos que suma por diferencia es igual a diferencia de cuadrados. Ejemplos:

$(2+i).(2-i) = 2^2 - i^2 = 4+1 = 5$

$(5+3i).(5-3i) = 5^2 - (3i)^2 = 25 - 9i^2 = 25+9 = 34$

etc.

3. Realiza la siguiente operación de complejos: $\dfrac{(1-i)i^7}{i(-3i+1)}$

SOLUCIÓN:

Debemos conocer, en primer lugar, las potencias de la unidad imaginaria:

$i^1 = i$

$i^2 = -1$

$i^3 = i^2.i = -1.i = -i$

$i^4 = i^2.i^2 = (-1).(-1) = 1$

La secuencia se repite cada cuatro pasos; por tanto,
a partir de la cuarta potencia se divide el exponente por 4 y se toma como nuevo exponente el resto de la división.

$$\begin{array}{l|l} 7 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 1 \end{array}$$

Entonces $i^7 = i^3 = -i$

Y ahora iniciamos el desarrollo de la operación:

$\dfrac{(1-i)i^7}{i(-3i+1)} = \dfrac{(1-i).(-i)}{-3i^2+i} = \dfrac{-i+i^2}{3+i} = \dfrac{-1-i}{3+i} =$ (multiplicando y dividiendo por el conjugado del denominador) =

$$= \frac{(-1-i).(3-i)}{(3+i).(3-i)} = \frac{-3-i-3i+i^2}{9-i^2} = \frac{-3-4i-1}{9+1} = \frac{-4-4i}{10} = -\frac{4}{10} - \frac{4}{10}i = -\frac{2}{5} - \frac{2}{5}i$$

4. La parte imaginaria del número complejo $\dfrac{(3+2i)i^{23}}{i^{115}(1-i^{11})}$ es:

A) $^3/_2$
B) $^5/_2$
C) $^1/_2$

(Convocatoria junio 2001. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

Calculamos en primer lugar las potencias de la unidad imaginaria:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 4 \\ \cline{2-2} 1 & 8 \end{array} \quad \text{luego} \quad i^{33} = i^1 = i$$

$$\begin{array}{r|l} 115 & 4 \\ \cline{2-2} 35 & 28 \\ 3 & \end{array} \quad \text{luego } i^{115} = i^3 = i^2.i = (-1).i = -i$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 2 \end{array} \quad \text{y entonces } i^{11} = i^3 = -i$$

Por tanto, $\dfrac{(3+2i)i^{23}}{i^{115}(1-i^{11})} = \dfrac{(3+2i)i}{-i(1-(-i))} = \dfrac{3i-2i^2}{-i(1+i)} = \dfrac{3i-2(-1)}{-i-i^2} = \dfrac{2+3i}{1-i} =$

$$= \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+2i+3i+3i^2}{1^2-i^2} = \frac{2+5i+3(-1)}{1-(-1)} = \frac{-1+5i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{5}{2}i$$

Parte real: $-\dfrac{1}{2}$; Parte imaginaria: $\dfrac{5}{2}$

La opción B) es la correcta.

5. La parte real del número complejo $\frac{(3+2i)i^{17}}{i^{243}(1-i^7)}$ es:

A) $-\frac{1}{2}$ **B)** $-\frac{3}{2}$ **C)** $-\frac{5}{2}$

(Convocatoria junio 2001. Examen tipo I).

SOLUCIÓN:

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \hline 1 & 4 \end{array}$$ El resto de la división es 1, por tanto, $i^{17} = i^1 = i$

$$\begin{array}{r|l} 243 & 4 \\ \hline 03 & \end{array}$$ El resto de la división es 3, por tanto, $i^{243} = i^3 = i^2.i = (-1).i = -i$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \hline 3 & 1 \end{array}$$ El resto de la división es 3, por tanto, $i^7 = i^3 = -i$

$$\frac{(3+2i)i^{17}}{i^{243}(1-i^7)} = \frac{(3+2i).i}{-i(1-(-i))} = \frac{3i+2i^2}{-i(1+i)} = \frac{3i-2}{-i-i^2} =$$
$$= \frac{-2+3i}{-i-(-1)} = \frac{-2+3i}{-i+1} = \frac{-2+3i}{1-i} = \frac{(-2+3i).(1+i)}{(1-i).(1+i)} =$$
$$= \frac{-2-2i+3i+3i^2}{1^2-i^2} = \frac{-2+i-3}{1-(-1)} = \frac{-5+i}{2} = \frac{-5}{2} + \frac{1}{2}i$$

Parte real: $-\frac{5}{2}$. Parte imaginaria: $\frac{1}{2}$

La opción C) es la correcta.

6. La parte real del número complejo $\frac{(2-i).(3+2i)^2}{(1+i^{12}).i^{120}}$ es:

A) 11. B) 6. C) 19. D) 18.

(Convocatoria septiembre 2003. Examen tipo G)

SOLUCIÓN:

$$\begin{array}{r|l} 120 & 4 \\ \hline 00 & 30 \end{array}$$

Como el resto de la división es 0, $i^{120} = 1^0 = 1$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & 3 \end{array}$$

Como el resto es 0, $i^{12} = i^{0} = 1$

$$\frac{(2-i).(3+2i)^2}{(1+i^{12}).i^{120}} = \frac{(2-i)(9+12i+4i^2)}{(1+1).1} = \frac{(2-i)(5+12i)}{2} = \frac{10+24i-5i-12i^2}{2} =$$

$$= \frac{10+19i+12}{2} = \frac{22+19i}{2} = 11 + \frac{19}{2}i$$

Parte real: 11. Parte imaginaria: $\frac{19}{2}$

La opción correcta es la A).

7. La parte real del número complejo $\frac{1+i^9}{1-i}$ es:

A) 2. **B) 0.** **C) 1.** **D) −1.**

SOLUCIÓN:

$$\frac{1+i^9}{1-i} = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{(1+i)^2}{1^2-i^2} = \frac{1+2i+i^2}{1-(-1)} = \frac{1+2i-1}{2} = \frac{2i}{2} = i$$

La parte real es 0 y la parte imaginaria 1.

La opción correcta es la B)

8. La parte imaginaria del número complejo $(2-3i)^2$ es:

A) −12. **B) −5.** **C) 6.** **D) 5.**

SOLUCIÓN:

$$(2-3i)^2 = 4 + 2.2.(-3i) + (3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = 4 - 12i - 9 = -5 - 12i$$

La parte real es −5 y la parte imaginaria −12

La opción correcta es la A)